

文章编号: 1000-8055(2005) 01-0066-07

# 大小叶盘结构连续参数模型 和振动模态

叶先磊, 王建军, 朱梓根, 李其汉  
(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 给出了用于研究大小叶片整体叶盘结构固有振动特性分析的连续参数模型。模型用 Timoshenko 梁模拟叶片, 用平板模拟轮盘, 并在叶片和轮盘间引入弹簧元件模拟叶片和轮盘间的耦合关系, 简化了两者间的边界条件和连续性条件。采用 Gram-Schmidt 方法生成正交多项式作为李兹容许函数进行模型的离散化, 简化了所得到的频率方程求解过程, 有利于求解过程的数值稳定性, 并可方便地通过对方程系数性质的分析了解结构振动模态的性质。利用上述的分析原理和求解方法, 进行了简化的大小叶片整体叶盘结构的计算, 计算结果与有限元计算结果具有很好的一致性。

**关键词:** 航空、航天推进系统; 大小叶片技术; 整体叶盘结构; 连续参数模型; 振动模态  
**中图分类号:** V 231. 9      **文献标识码:** A

## Continuous Parameter Model and Vibration Modal of Splitter Vane Rotor

YE Xian-lei, WANG Jian-jun, ZHU Zi-gen, LI Qi-han  
(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,  
Beijing 100083, China)

**Abstract:** The continuous parameter model which was used to investigate the splitter vane rotor was introduced. The blades of the model were Timoshenko beam and the disc was treated as thin plate. The boundary conditions and the continuity conditions were satisfied by means of artificial springs introduced between the disk and the blades, which greatly simplified the choice of admissible function in Ritz procedure. The model was solved by the Ritz method, and the orthogonal polynomials generated by the Gram-Schmidt process were employed as admissible function for both disk and blades. With this approach, the matrix derived from kinetic energies becomes diagonal and numerical manipulation can become easy and stable. At last, a splitter vane rotor structure was investigated using the Combined Model of the present work. Some results were compared with those obtained by professional FEA software ANSYS. Very good agreement among the results is demonstrated.

**Key words:** aerospace propulsion system; technology of splitter; blisk structure; continuous parameter model; vibration modal

随着燃气轮机在工业领域的广泛应用,出于提高效率的要求,不断有新的设计思想涌现,大小叶片技术是轴流式压气机的最新前沿技术,目前美国已将该研究作为关键技术之一列入到IHPTET计划中。北京航空航天大学从1996年起对这项技术进行了系统深入的研究,取得了突出的效果。大小叶片技术目前仅有中美两国进行了较为深入的研究,而且均处于气动布局的设计和试验验证阶段,作为具有特殊子结构的周期对称结构对振动特性的研究基本上是空白。因此必须从这种结构的本质特性出发,在充分考虑一般整体叶盘结构振动特性研究的理论与方法的基础上进行较为全面和系统的研究。

大小叶片整体叶盘结构的基本结构特征在于:(1)它是一种有别于一般形式的特殊周期对称结构,其特殊性表现在它的每一子结构是由具有大叶片、小叶片和相应的扇面组成,从而其周期性的振动模式和振动响应将具有特殊的结构特征和形态;(2)由于这种盘片结构一般是整体的叶盘结构,所以必须将叶片和轮盘作为一个耦合的振动系统进行研究。

对于一般叶盘耦合振动问题,人们提出了许多不同形式分析模型<sup>[1~4]</sup>,如集中参数模型、分布参数模型和有限元模型等。其中,集中参数模型是由集中的无弹性质量元件和无质量的弹性元件组成的离散参数的力学模型。这种模型简单,难以模拟叶片和叶盘结构的复杂的振动特性和振动耦合特性。有限元模型求解是一种数值方法,可以对实际的叶盘结构进行具体计算,不便进行特性讨论。连续参数模型有两种情况,一是用梁模拟叶片,在梁间设置弹簧元件模拟叶片间的耦合<sup>[5]</sup>;另一种是分别用梁元件和板模拟叶片和轮盘,形成叶盘结构的梁板组合模型<sup>[6]</sup>。但是这些研究往往采用较为简单的梁元件,而且对于复杂结构在进行数值计算时往往存在较大困难,从而难以描述复杂几何形状的叶片。

前述的所有研究均是考虑一般叶片轮盘结构,大小叶片叶盘结构均未涉及。

本文采用连续参数模型研究采用大小叶片的

叶片轮盘结构的固有振动模态问题,用薄板模拟轮盘,用Timoshenko梁模拟叶片,在叶片和轮盘间引入弹簧元件模拟它们的耦合关系,采用Gram-Schmidt正交多项式作为盘和叶片的容许函数进行连续参数模型的离散化。所得到的频率方程求解过程简单,而且可以较为方便地通过对方程系数性质的分析了解结构振动模态的性质。利用上述方法,文章进行了简化的大小叶片整体叶盘结构的计算,计算结果与有限元计算结果具有很好的一致性,从而表明了本文给出的分析模型和求解方法是可靠有效的。

此外,本文方法的优点之一是不仅可以计算大小叶片的叶片轮盘结构的耦合模态振动,而且可以用于计算一般叶片轮盘结构的耦合模态振动,同时还可以用来研究各类叶片轮盘结构在失谐时的耦合模态振动,并可以考虑叶片带冠和凸肩的情况。

## 1 理论分析

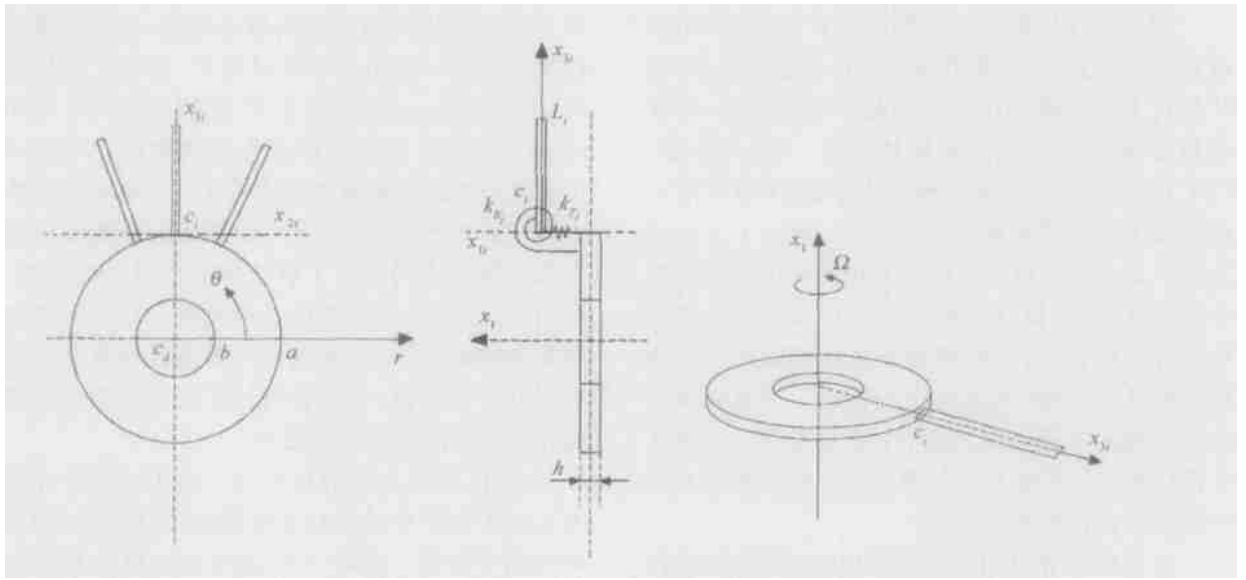
### 1.1 模型描述

设简化的叶—盘结构如图1所示,结构的整体坐标系 $(r, \theta, x_1)$ ,坐标原点位于轮盘的中心 $C_d$ ,盘中面上各点沿 $x_1$ 方向位移为 $u_i$ ;叶片的局部坐标系为 $(x_{1i}, x_2, x_{3i})$ ,坐标原点为叶片根部质心 $C_i$  ( $i=1, 2, \dots, P$ 是叶片个数), $x_{3i}$ 沿轮盘径向,叶片各截面在局部坐标系中的平动位移分别为 $u_{1i}^0, u_{2i}^0, u_{3i}^0$ ,截面倾角为 $\omega_i, \omega_i, \omega_i$ ,它们均是 $x_{3i}$ 的函数。同时我们假定叶片根部质心位于盘中面上。轮盘内径为 $b$ ,外径为 $a$ ,厚度为 $h$ ;叶片长度为 $L_i$ ,叶片在盘上的安装角度为 $\theta_i$ ;在盘和叶片连接处引入模拟叶片和轮盘在离面方向上耦合作用的连接弹簧,其中平动弹簧和转动弹簧刚度分别为 $K_{T_i}$ 和 $K_{R_i}$ ;结构以角速度 $\Omega$ 绕 $x_1$ 轴旋转。

### 1.2 旋转状态下叶片和轮盘的能量方程

在叶片轮盘结构耦合振动时,叶片和盘的应变能 $U_b, U_d$ ,离心势能 $V_b, V_d$ ,动能 $T_b, T_d$ 以及连接弹簧的弹性势能 $U_s$ 分别为:

$$\begin{aligned} U_b = \sum_{i=1}^P \frac{1}{2} \int_i \{ & E_i A_i u_{3i}^2 + E_i (I_{11i} \omega_i^2 - I_{12i} \omega_i' \omega_i') + E_i (I_{22i} \omega_i^2 - I_{12i} \omega_i' \omega_i') + \\ & G_i A_i (u_{1i}^2 + u_{2i}^2 + \omega_i^2 + \omega_i^2 - 2u_{1i}^0 \omega_i + 2u_{2i}^0 \omega_i) + \\ & G_i I_{3i} \omega_i^2 + G_i A_i (x_{1i}^2 + x_{2i}^2) \omega_i^2 - 2G_i A_i \cdot \\ & [(u_{2i}^0 + \omega_i) x_{1i}^0 - (u_{1i}^0 + \omega_i) x_{2i}^0] \omega_i \} dx_{3i} \end{aligned} \tag{1}$$



$$U_d(\eta, \theta) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N \Phi_m(\eta) (A_{nm}^c \cos n\theta + A_{nm}^s \sin n\theta) \quad (10)$$

叶片各个方向的振型:

$$y_{\zeta} = \sum_{m_{y_{\zeta}}=1}^{M_{y_{\zeta}}} B_{m_{y_{\zeta}}}^{\zeta} \Psi_{m_{y_{\zeta}}}^{\zeta}(\xi_i) \quad (11)$$

这里,  $y=U, W$ ;  $\zeta=1, 2, 3$ ;  $n$  表示轮盘振动的节径数( $n=0$ , 为节圆振动),  $M$  和  $M_{y_{\zeta}}$  分别表示盘和片李兹基底的维数,  $\Phi_m(\eta)$  和  $\Psi_{m_{y_{\zeta}}}^{\zeta}(\xi_i)$  为 Gram-Schmidt 过程构造的正交多项式<sup>[6]</sup>;  $A_{nm}^c, A_{nm}^s$ ,

$$\frac{\partial L}{\partial A_{kl}^c} = 0 \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial A_{kl}^s} = 0 \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial B_{s_{y_{\zeta}}}^{\zeta}} = 0 \quad (13)$$

其中:

$$k = 1, 2, \cdots, M \quad ; \quad l = 0, 1, \cdots, N \quad ; \quad s_{y_{\zeta}} = 1, 2, \cdots, M_{y_{\zeta}}$$

由此得到系统的频率方程:

$$\begin{bmatrix} U_{mn}^{cc(kl)} & U_{mn}^{sc(kl)} & -U_{m_{y_{\zeta}}}^{c(kl)} \\ U_{mn}^{cs(kl)} & U_{mn}^{ss(kl)} & -U_{m_{y_{\zeta}}}^{s(kl)} \\ -U_{m_{y_{\zeta}}}^{c(s_{y_{\zeta}}^i)} & -U_{m_{y_{\zeta}}}^{s(s_{y_{\zeta}}^i)} & U_{m_{y_{\zeta}}}^{s(s_{y_{\zeta}}^i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{kl}^c \\ A_{kl}^s \\ B_{s_{y_{\zeta}}}^{\zeta} \end{Bmatrix} = \Lambda^4 \begin{bmatrix} T_{mn}^{cc(kl)} & 0 & 0 \\ 0 & T_{mn}^{ss(kl)} & 0 \\ 0 & 0 & T_{m_{y_{\zeta}}}^{s_{y_{\zeta}}^i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{kl}^c \\ A_{kl}^s \\ B_{s_{y_{\zeta}}}^{\zeta} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

由此将问题归结为矩阵特征值问题, 其中无量纲频率参数  $\Lambda$  为此方程的特征值, 待定系数  $A_{nm}^c, A_{nm}^s, B_{m_{y_{\zeta}}}^{\zeta}$  为特征向量。其中子矩阵  $T_{mn}^{cc(kl)}, T_{mn}^{cs(kl)}, T_{mn}^{sc(kl)}, T_{mn}^{ss(kl)}$  与轮盘振型有关;  $U_{mn}^{cc(kl)}, U_{mn}^{cs(kl)}, U_{mn}^{sc(kl)}, U_{mn}^{ss(kl)}$  与叶片振型有关, 前 4 个子矩阵分别反映了盘对称模态和反对称模态对叶片的影响。而子矩阵  $U_{mn}^{cc(kl)}, U_{mn}^{cs(kl)}, U_{mn}^{sc(kl)}, U_{mn}^{ss(kl)}$  与轮盘振型有关:  $U_{mn}^{cc(kl)}$  确定的是轮盘的对称模态振型;  $U_{mn}^{cs(kl)}, U_{mn}^{sc(kl)}$  表示了轮盘振动过程中对称模态和反对称模态的耦合;  $U_{mn}^{ss(kl)}$  确定的是轮盘的反对称模态振型; 其中子矩阵  $U_{m_{y_{\zeta}}}^{c(kl)}, U_{m_{y_{\zeta}}}^{s(kl)}$  分别含有以下的项:

$$\sum_{i=1}^P [K_{T_i}^0 \Phi_m \Phi_n + K_{R_i}^0 \Phi_m' \Phi_n'] \cos n\theta_i \cos l\theta_i \Big|_{\eta=1} \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^P [K_{T_i}^0 \Phi_m \Phi_n + K_{R_i}^0 \Phi_m' \Phi_n'] \sin n\theta_i \sin l\theta_i \Big|_{\eta=1} \quad (16)$$

表示叶片对盘振型的影响; 而子矩阵  $U_{mn}^{cc(kl)}, U_{mn}^{ss(kl)}$  表达式分别为:

$$\sum_{i=1}^P [K_{T_i}^0 \Phi_m \Phi_n + K_{R_i}^0 \Phi_m' \Phi_n'] \sin n\theta_i \cos l\theta_i \Big|_{\eta=1} \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^P [K_{T_i}^0 \Phi_m \Phi_n + K_{R_i}^0 \Phi_m' \Phi_n'] \cos n\theta_i \sin l\theta_i \Big|_{\eta=1} \quad (18)$$

这里,  $\theta_i = 2\pi(i+1)/P$ , 式(15)~(18)中的  $K_{T_i}^0, K_{R_i}^0$  对于各叶片来说都是相等的, 另外本文主要讨论大叶片和轮盘的耦合模态振动, 即  $i=2k-1$  ( $k=1, 2, \cdots, P/2$ ), 所以需要讨论的是:

$$f_{cc} \equiv \sum_{k=1}^{P/2} \cos n\theta_{(2k-1)} \cos l\theta_{(2k-1)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{P/2} \left\{ \cos \left[ \frac{4\pi(n+l)k}{P} \right] + \cos \left[ \frac{4\pi(n-l)k}{P} \right] \right\} \quad (19)$$

$$f_{ss} \equiv \sum_{k=1}^{P/2} \sin n\theta_{(2k-1)} \sin l\theta_{(2k-1)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{P/2} \left\{ \cos \left[ \frac{4\pi(n-l)k}{P} \right] - \cos \left[ \frac{4\pi(n+l)k}{P} \right] \right\} \quad (20)$$

$$f_{cs} \equiv \sum_{k=1}^{P/2} \sin n\theta_{(2k-1)} \cos l\theta_{(2k-1)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{P/2} \left\{ \sin \left[ \frac{4\pi(n+l)k}{P} \right] + \sin \left[ \frac{4\pi(n-l)k}{P} \right] \right\} \quad (21)$$

$$f_{cs} \equiv \sum_{k=1}^{P/2} \cos n\theta_{(2k-1)} \sin l\theta_{(2k-1)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{P/2} \left\{ \sin \left[ \frac{4\pi(n-l)k}{P} \right] - \sin \left[ \frac{4\pi(n+l)k}{P} \right] \right\} \quad (22)$$

表 1 叶片数和模态形式的关系

Table 1 The relationship between blade number and the modal

| $P/2$ | $n, l$                                       | $f_{cc}$ | $f_{ss}$  | $f_{cs}$ | $f_{sc}$ | 模态类型    |
|-------|----------------------------------------------|----------|-----------|----------|----------|---------|
| 奇数    | $kP/2$                                       | $P/2$    | 0         | 0        | 0        | 对称(S)   |
|       | $kP/2 \pm i, i=1, 2, \cdots, P/4$            | $P/4$    | $-P/4$    |          | 0        | 退化(D)   |
|       | 其他                                           | 0        | 0         | 0        | 0        | 无耦合     |
| 偶数    | $kP/2$                                       | $P/2$    | 0         | 0        | 0        | 对称(SS)  |
|       | $(2k+1)P/4$                                  | $P/2$    | 0         | 0        | 0        | 反对称(SA) |
|       | $kP/2 \pm i, i=1, 2, \cdots, (P/2-2)/2, P>4$ | $P/4$    | $\pm P/4$ | 0        | 0        | 退化(D)   |
|       | 其他                                           | 0        | 0         | 0        | 0        | 无耦合     |

分析表明: 只有当 $|n \pm l| = 0, P/2, P, 2P, \cdots$ , 时, 式(19)~(22)中的一些项才可能取得非零值。表1是 $n$ 和 $l$ 取值和可能出现的模态形式的对应关系( $k$ 为任意整数,  $n$ 为节径数, SS和SA为对称型模态和反对称型模态), 通过表1可以发现, 系统振型和叶片数是有关联的, 只有当叶片数目和盘振型节径数满足一定关系时, 才会出现盘片耦合振动。

一般说来, 由于 $f_{cs}, f_{sc}$ 对于所有的 $n, l$ 的组合都是零, 这说明对称模态和反对称模态是彼此独立, 毫不相干的, 因此它们可以独立存在于对应于退化模态的同一特征值。若考虑失谐, 即 $K_{Ti}^0, K_{Ri}^0$ 或者叶片的其他的一些参数不再相等,  $f_{cs}, f_{sc}$ 不再为零, 则对称模态和反对称模态就会存在耦合, 这种结果就会导致特征值分离的现象。这方面详细的讨论将另文进行。

2 数值计算与分析

利用前述的方法, 对一简化大小叶片的叶片轮盘结构进行计算, 表2为计算模型参数, 各常数取值为 $M=6, N=20, M_{\zeta}^i=20, K_{Ti}^0=K_{Ri}^0=10^6$ 。为检验本文方法的可靠性, 利用ANSYS程序进行了相应的有限元计算, 单元类型为3D实体单元SOLID45, 采用周期对称模型计算, 单元数目为1026。

计算得到的各阶固有频率见表3。计算中考虑了静频和两种转速下的动频, 相应的有限元计算结果也列于表中。为表示叶片和轮盘耦合后的变化, 所计算的轮盘和大、小叶片本身的各阶固有频率也列于表中。其中SS- $j$ 表示第 $j$ 阶对称模态(关于节径); SA- $j$ 表示第 $j$ 阶反对称模态(关于节径); DSi- $j$ 和DAi- $j$ 分别表示对称的和反对称

表 2 模型参数(叶片截面为矩形)

Table 2 Model parameter (Rectangle cross section blade)

| 盘                                     | 叶片( $i=1, 2, \cdots, 12$ )                  |
|---------------------------------------|---------------------------------------------|
| $a=0.15\text{ m}$                     | $l_L=0.092\text{ m}$ (小叶片长度 $L_S=L_L/2$ )   |
| $b=0.0127\text{ m}$                   | $b_i=10.140 \times 10^{-3}\text{ m}$        |
| $h=3.24 \times 10^{-3}\text{ m}$      | $h_i=3.24 \times 10^{-3}\text{ m}$          |
| $\rho_d=7.86 \times 10^3\text{ kg/m}$ | $\rho_{bi}=7.86 \times 10^{-3}\text{ kg/m}$ |
| $E_d=200\text{ GPa}$                  | $E_{bi}=200\text{ GPa}$                     |
| $\nu=0.3$                             | 12个叶片中: 大叶片和小叶片分别6个, 在圆周等间隔分布               |

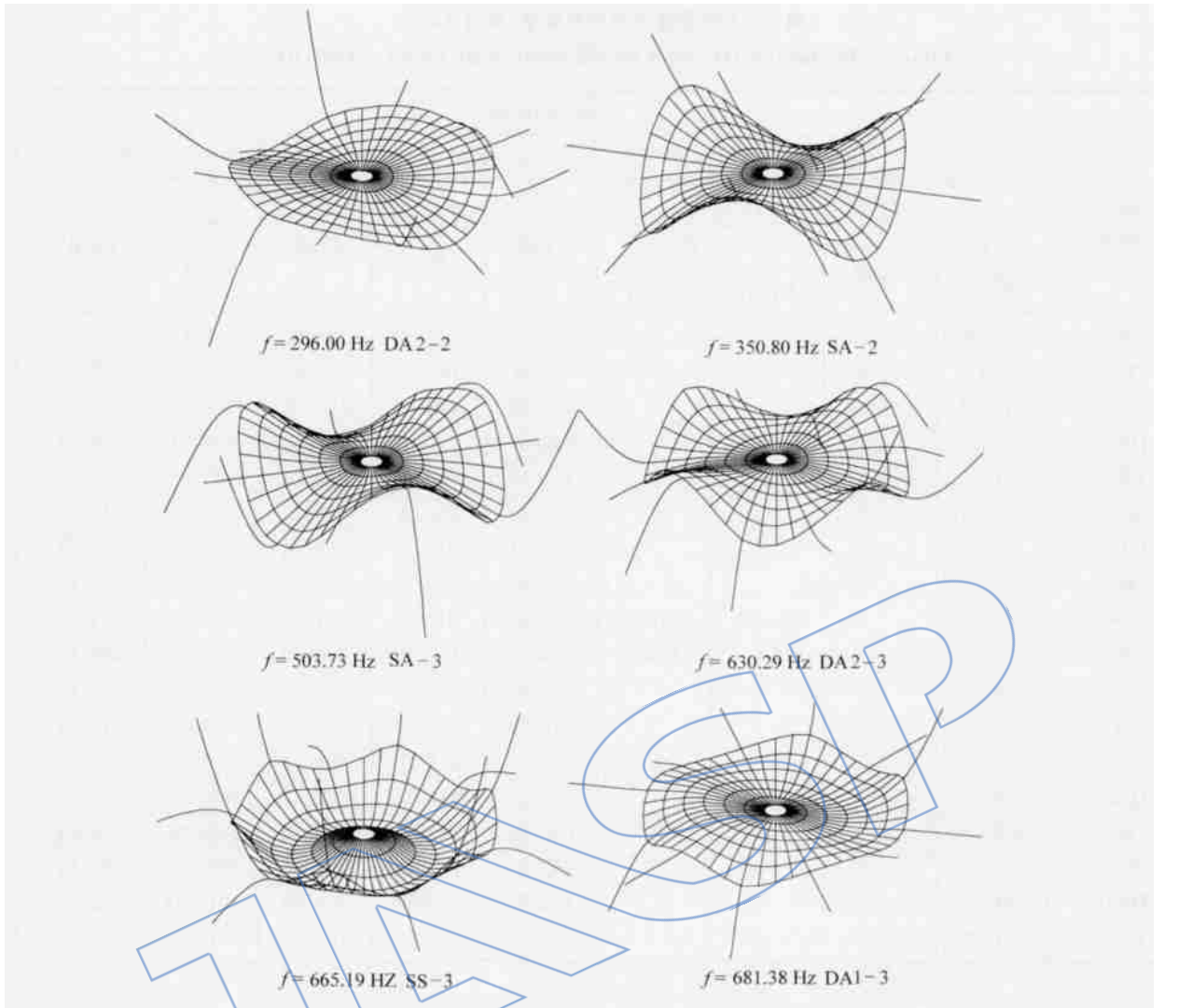


图 2 叶片轮盘耦合结构振型  
Fig.2 Vibraton modal of blade disk

的退化模态, 需要注意的是, 退化模态总是成对出现的,  $i$  表示节径数,  $j$  表示模态阶数。

从表 3 中可以看到, 叶盘耦合振动时有些阶数频率非常接近盘的某些振型固有频率, 这时叶盘振型表现出来的形式就是主要是以盘的振动为主, 如表 3 中前 6 阶主要是盘在振动; 有一些振型频率非常接近于单个叶片的振动频率(这里主要是大叶片的一弯振型), 这时叶盘振型主要表现为叶片在以较大幅度振动, 而盘的振动较小, 如表 3 的 DA1-2 等振型, 这在图 3 上表现为 280 Hz 左右的模态密集区; 还有一些振型的频率则既接近于叶片的某阶振动频率, 同时又接近盘的某阶振型频率, 这样的叶片振型表现出叶片和盘的强耦合振动(主要发生在大叶片和盘之间), 即叶片和盘同时以非常大的振幅振动, 如表 3 中的 SA-2, 其频率既接近大叶片一弯又接近盘(0,3)振型(零

节圆, 3 节径) 频率, 其振型如图 2 所示。分析发现, 在叶盘系统的较高阶振动中, 以小叶片振动为主。

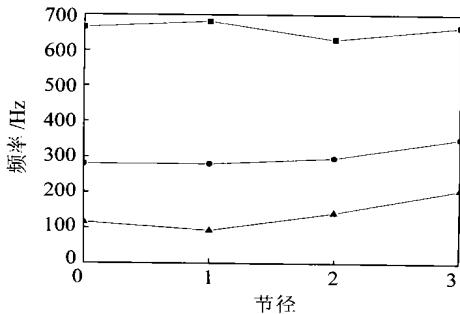


图 3 转速为零时频率图  
Fig.3 The relationship between frequency and modal diameter

表 3 不同转速下的固有频率( 单位: Hz)  
Table 3 The natural frequency on difference angle velocity ( Unit: Hz)

|          | 转速 $\Omega$ (r/min) |         |                   |                    |         |          |         |          |         |
|----------|---------------------|---------|-------------------|--------------------|---------|----------|---------|----------|---------|
| 模态<br>形状 | 0                   |         |                   |                    |         | 10 000   |         | 20 000   |         |
|          | 本    文              |         |                   |                    | FEM     | 本文<br>方法 | FEM     | 本文<br>方法 | FEM     |
|          | 盘片<br>耦合            | 轮盘      | 叶    片            |                    |         |          |         |          |         |
|          |                     |         | 大叶片               | 小叶片                |         |          |         |          |         |
| DA 1-1   | 92. 49              | 115. 35 | 311. 93<br>( 1st) | 1247. 69<br>( 1st) | 92. 02  | 192. 97  | 196. 82 | 348. 18  | 357. 10 |
| DS1-1    | 92. 49              | 115. 35 |                   |                    | 92. 02  | 192. 97  | 196. 82 | 348. 18  | 357. 10 |
| SS-1     | 115. 76             | 144. 58 |                   |                    | 116. 00 | 179. 23  | 182. 76 | 281. 94  | 289. 76 |
| DA 2-1   | 141. 52             | 194. 37 |                   |                    | 140. 88 | 267. 95  | 273. 14 | 473. 61  | 487. 81 |
| DS2-1    | 141. 52             | 194. 37 |                   |                    | 140. 88 | 267. 95  | 273. 14 | 473. 61  | 487. 81 |
| SA-1     | 205. 84             |         |                   |                    | 204. 02 | 324. 58  | 329. 32 | 534. 71  | 552. 08 |
| DA 1-2   | 279. 78             |         |                   |                    | 277. 34 | 412. 7   | 413. 54 | 654. 18  | 664. 02 |
| DS1-2    | 279. 78             |         |                   |                    | 277. 34 | 412. 7   | 413. 54 | 654. 18  | 664. 02 |
| SS-2     | 280. 50             |         |                   |                    | 278. 54 | 408. 2   | 409. 58 | 643. 44  | 654. 95 |
| DA 2-2   | 296. 00             |         |                   |                    | 293. 82 | 432. 46  | 433. 03 | 681. 29  | 687. 80 |
| DS2-2    | 296. 00             |         | 293. 82           | 432. 46            | 433. 03 | 681. 29  | 687. 80 |          |         |
| SA-2     | 350. 80             | 435. 41 | 351. 00           | 469. 22            | 470. 25 | 708. 94  | 711. 91 |          |         |
| SA-3     | 503. 73             |         | 501. 41           | 658. 25            | 661. 94 | 985. 09  | 997. 34 |          |         |
| DA 2-3   | 630. 29             |         | 628. 54           | 745. 85            | 747. 13 | 986. 96  | 1016. 8 |          |         |
| DS2-3    | 630. 29             |         | 628. 54           | 745. 85            | 747. 13 | 986. 96  | 1016. 8 |          |         |
| SS-3     | 665. 19             |         | 665. 64           | 751. 40            | 753. 85 | 960. 77  | 968. 07 |          |         |
| DA 1-3   | 681. 38             |         | 678. 73           | 770. 47            | 769. 88 | 1010. 28 | 991. 77 |          |         |
| DS1-3    | 681. 38             |         | 678. 73           | 770. 47            | 769. 88 | 1010. 28 | 991. 77 |          |         |

分析发现, 在图 3 所示的模态密集区( 280 Hz 左右), 叶盘系统振型是以大叶片为主的振动, 小叶片和盘的振动较小, 这表明大叶片和盘之间耦合较小; 表 3 中所列前 6 阶振型是以盘为主的振动, 由于盘的振动, 虽然叶片没有振动, 但此时叶片通过盘之间的耦合还是很强的。

3 结束语

本文给出了进行大小叶片的叶片轮盘结构耦合振动的固有模态特性分析的连续参数模型和相应的数值求解方法。其主要特点是: ( 1) 可以分析整体叶片轮盘耦合结构的模态振动特性; ( 2) 能够通过对方程系数的分析来讨论整体叶片轮盘结构的耦合和非耦合振型状态; ( 3) 既可用于大小叶片的整体叶片轮盘结构的耦合振动分析, 也可用于一般整体叶盘的分析, 还可以考虑它们在失谐时的相应分析研究。

对典型的简化大小叶片的叶片轮盘结构进行了相应的数值分析表明, 只有当叶片数目和盘振型节径数满足一定关系时, 才会出现盘片耦合振

动。本文计算结果与有限元计算结果进行了对比, 结果表明本文计算结果是足够精确的。

参考文献:

[ 1] 王建军, 李其汉. 失谐叶盘振动局部化模态子结构模型 [ A]. 中国航空学会航空百年学术论坛论文集 [ C]. 北京: 2003.

[ 2] 王建军, 李其汉, 朱梓根. 失谐叶片 - 轮盘结构系统振动局部化问题的研究进展 [ J]. 力学进展, 2000, 30( 4): 517 ~ 528.  
WANG Jian-jun, LI Qi-han, ZHU Zi-gen. Vibratory Localization of Mistuned Bladed Disk Assemblies - A Review [ J]. *Advances in Mechanics*, 2000, 30( 4): 517 ~ 528.

[ 3] 张锦, 刘晓平. 叶轮机振动模态分析理论及数值方法 [ M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.

[ 4] 晏砺堂, 朱梓根, 李其汉, 等. 结构系统动力特性分析 [ M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989.

[ 5] Kuang J H, Huang B W. Mode Localization of a Cracked Blade Disk [ J]. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1999, 121: 335 ~ 341.

[ 6] Tomioka T, Kobayashi Y, Yamada G. Analysis of Free Vibration of Rotating Disk-Blade Coupled Systems by Using Artificial Springs and Orthogonal Polynomials. [ J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 191( 1): 53 ~ 73.

[ 7] Rzadkowski R. The General Model of Free Vibration of Mistuned Bladed Discs. Part I: Theory [ J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 173( 3): 377 ~ 393.